UNIWERSYTET WROCŁAWSKI
Wydział Matematyki i Informatyki
Instytut Matematyczny

M.Majsnerowska

semestr zimowy 2018/2019 r.

WSTĘP DO TEORII PODEJMOWANIA DECYZJI

Szczegółowy plan wykładu

1. **Przykłady zadań optymalizacyjnych**

2. **Programowanie dynamiczne**

3. **Programowanie liniowe**
   3.1. Zagadnienie pierwotne i dualne (skończone, nieograniczone, sprzeczne)
   3.2. Metody rozwiązywania zagadnień programowania liniowego:
   - metoda graficzna
   - metoda simpleks
   - metoda sztucznej bazy
   - reguły Blanda

   3.3. Programowanie ilorazowe
   3.4. Zagadnienie transportowe

4. **Przykłady gier** (wieloosobowe, dwuosobowe o sumie zero, wieloetapowe, losowe)

5. **Gry przeciwko Naturze** (kryteria: Laplace'a, Bayesa, Hurwicza oraz Savage'a znajdowania optymalnej decyzji)

Literatura

1. R. D. Luce, H. Raiffa, *Gry i decyzje*
2. J. Łukaszewicz, *Jak szukać optymalnych decyzji?*
3. G. Owen, *Teoria gier*
4. Ph. Straffin, *Game Theory and Strategy*
5. A. Sultan, *Linear Programming*
6. E. Mendelson, *Introducing Game Theory and Its Applications*

Zasady zaliczenia ćwiczeń będą podane na pierwszych zajęciach.

Wprowadzenia do teorii podejmowania decyzji
Lista zadań nr 1

1. Rozwiąż następujące zadania optymalizacyje:
   a) Zminimalizować funkcje
$$F(x,y) = 0.1x^2 + 2.4x + 0.5y^2 + 4y$$
   na zbiorze $D = \{(x,y) : 2x + 5y \geq 1\,000,\ x, y \geq 0\}$;
$$F(x,y) = x^2 y(4 - x - y)$$
   na trójkącie o bokach leżących na prostych $x = 0,\ y = 0,\ x + y = 6$.
   b) Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji
$$F(x,y) = xy^2 + 4xy - 4x$$
   na zbiorze $D = \{-3 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 0\}$.
   c) Rozdzielić dzienną produkcję energii 100 MWh między dwie elektrownie, tak aby dzienny koszt zużycia paliwa (w tys. zł) opisany funkcją:
$$F(x,y) = 2(x-1)^2 + (y-3)^2,$$
   gdzie x i y oznaczają zużycie paliwa odpowiednio w elektrowni I i II, był możliwie najniższy. Z 1 tony paliwa w elektrowni I uzyskuje się 5 MWh energii, a w elektrowni II – 3 MWh.
   d) Dwie cukrownie mają do przerobienia łącznie 29 760 t buraków. Dzienny przerób pierwszej wynosi 120 t, a drugiej 180 t buraków. Wiadomo, że w trakcie kampanii powstają straty cukru zależne od czasu składowania buraków, które można opisać funkcją
$$f(t_1, t_2) = 0.6(t_1)^2 + 12t_1 + 0.3(t_2)^2 + 9t_2,$$
   gdzie t_1, t_2 są czasami trwania kampanii w poszczególnych cukrowniach.
   Jak długo powinna trwać kampania w każdej cukrowni, aby straty cukru były jak najmniejsze i jak należy rozdzielić dostępny surowiec?

2. Znajdź rozwiązanie zagadnienia dyliżansu sformułowanego na wykładzie.

3. Pan X dysponując sumą 8000 rozważa zainwestowanie tej kwoty w 3 różne przedsiębiorstwa. Inwestycja może być tylko jednorazowa, a jej wysokość musi stanowić wielokrotność 2000. Spodziewane zyski po 3 latach (w 1000) przedstawiają się w zależności od zainwestowanej kwoty następująco:

Inwestowana kwota w 1000	I	II	III
0	0	0	0
2	4	2	1
4	7	3	4
6	8	9	13
8	9	10	14

   Jak Pan X powinien rozdzielić swój kapitał?

4. Pan Y jest drobnym przedsiębiorcą specjalizującym się w wyrobach skórzanych. Już w styczniu planuje rozpocząć produkcję nowej wiosennej kolekcji. Mając zamówienia na najbliższe miesiące oraz znając warunki i koszty produkcji i magazynowania, chce ustalić wielkość produkcji na pierwsze cztery miesiące roku. Oto dane, jakimi dysponuje:

	I	II	III	IV
Zamówienia	4	2	4	5
Koszty prod.	4	3	5	4
Koszty magaz.	1	1	1	1

   Wiadomo ponadto, że miesięczne ograniczenia zarówno produkcji, jak i magazynowania wynoszą 6 partii wyrobów oraz że wytwarzanie i realizowanie zamówienia ma zawsze miejsce w 1. dniu miesiąca, a na koniec kwietnia stan zapasu ma być zerowy.

Wprowadzenia do teorii podejmowania decyzji

Lista zadań nr 2

1. Następujące zadania optymalizacyjne sformułuj jako zagadnienia PL:
a) Zakładając, że zdrowa dieta powinna zawierać dziennie przynajmniej porcję b_j środka odżywczego N_j, $j = 1, \ldots, n$, oraz że w jednostce produktu spożywczego F_i, $i = 1, \ldots, m$, znajduje się a_{ij} środka odżywczego N_j, a jednostka produktu spożywczego F_i kosztuje c_i, należy ustalić optymalną dietę, tzn. wyznaczyć ilości $x_1, \ldots, x_m$ poszczególnych produktów pokrywajacych po najniższych kosztach dzienne zapotrzebowanie organizmu.
b) Zakład produkuje m.in. dwa wyroby zużywając do tego pewną ilość środków produkcji, z których cztery: energia elektryczna, stal, drewno oraz praca są limitowane. W produkcji środki te są zużywane w ilościach podanych w poniższej tablicy:

Produkt	*Energia*	*Stal*	*Drewno*	*Praca*
A	5	5	6	10
B	25	10	0	10

Zasoby tych środków wynoszą 1200, 600, 420 i 900 jednostek, odpowiednio, a zysk jednostkowy z produkcji wyrobu A wynosi 10 zł, a wyrobu B – 20 zł.
Wyznacz optymalny plan produkcji zakładając, że siła robocza musi być wykorzystana w takiej ilości, jaką zakład dysponuje.

2. Ułóż zagadnienia dualne do zagadnień sformułowanych w poprzednim zadaniu.

3. Wzorując się na dowodzie odpowiedniego twierdzenia z wykładu udowodnij, że zachodzi jedna z dwóch ewentualności:
albo i) nierówność $Ay^T \leq c^T$ ma rozwiązanie $y \geq 0$,
albo ii) nierówności $xA \geq 0$, $xc^T < 0$ mają rozwiązanie $x \geq 0$.

4. Korzystając z powyższego zadania, udowodnij, że jeśli zagadnienie I PL jest dopuszczalne, a zagadnienie II jest sprzeczne, to zagadnienie I jest nieograniczone.

5. Udowodnij, że jeśli $\mathbf{c}$ jest wektorem o składowych nieujemnych oraz istnieje rozwiązanie dopuszczalne zagadnienia I, to oba zagadnienia PL I oraz II mają rozwiązania optymalne.

6. Korzystając z kryterium o zagadnieniach dualnych rozwiąż następujące zadania PL:
a) Zminimalizować $\quad x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 6x_4 - 10$
przy ograniczeniach

$$\begin{array}{ccccccccc} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & \geq & 1 \\ & & x_2 & & & + & 2x_4 & \geq & 5 \end{array}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

b) Przyszpitalne laboratorium medyczne pracuje całą dobę. Wielomiesięczna praktyka pokazała, że zapotrzebowanie na liczbę osób personelu w poszczególnych okresach doby przedstawia się następująco:
w godzinach 0.00 – 6.00 : co najmniej 1 osoba,
w godzinach 6.00 – 12.00 : co najmniej 5 osób,
w godzinach 12.00 – 18.00 : co najmniej 7 osób,
w godzinach 18.00 – 0.00 : co najmniej 2 osoby.
Każda z osób pracuje 12 godzin, przy czym wynagrodzenie za pierwszy z wyżej wymienionych okresów wynosi kwotę $2c$, a za każdy następny – kwotę c. Należy tak ustalić liczbę osób personelu rozpoczynających pracę w wyżej określonych godzinach, aby potrzeby były zaspokojone, a całkowity dobowy koszt zatrudnienia pracowników minimalny.
Sprawdź, czy wektor $\mathbf{x} = (0, 6, 1, 1)$ jest jego rozwiązaniem optymalnym.

7. Stosując metodę graficzną, rozwiąż następujące zadania PL:

a) Zminimalizować $x_1 + x_2$
przy ograniczeniach

$$\begin{array}{rcrcr} x_1 & + & 3x_2 & \geq & 6 \\ 5x_1 & + & x_2 & \geq & 8 \\ x_1 & + & x_2 & \geq & 4 \end{array}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2,$$

b) Zmaksymalizować $7x_1 - 3x_2$
przy ograniczeniach

$$\begin{array}{rcrcr} -x_1 & + & 2x_2 & \geq & -6 \\ -x_1 & + & 2x_2 & \leq & 8 \\ 5x_1 & + & 2x_2 & \geq & 10 \end{array}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2,$$

c) Zmaksymalizować $18x_1 + 12x_2 + 10x_3$
przy ograniczeniach

$$\begin{array}{rcrcrcr} 6x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & \leq & 20 \\ x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & \leq & 40 \end{array}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

d) Zminimalizować $6x_1 + 8x_2 - 10x_3$
przy ograniczeniach

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & x_2 & - & 5x_3 & \geq & 7 \\ -2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & \geq & -3 \end{array}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

e) Zminimalizować $6x_1 + 8x_2 - 10x_3$
przy ograniczeniach

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & - & x_2 & - & 5x_3 & \geq & -7 \\ -2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & \geq & -3 \end{array}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

f) Zmaksymalizować $x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 - x_5 + 88$
przy ograniczeniach

$$\begin{array}{rcrcccccccccr} -2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & & & & & = & 2 \\ -x_1 & + & 5x_2 & & & + & x_4 & & & & & = & 37 \\ 5x_1 & + & x_2 & & & & & + & x_5 & & & = & 49 \\ 3x_1 & - & 4x_2 & & & & & & & + & x_6 & = & 11 \\ 3x_1 & + & 4x_2 & & & & & & & - & x_7 & = & 19 \end{array}$$

Wsk. Usuwając z poszczególnych równań zmienne bazowe, przejdź do ograniczeń w postaci nierówności.

Wprowadzenie do teorii podejmowania decyzji

Lista zadań nr 3

1. Wyznaczając wszystkie wierzchołki zbioru rozwiązań dopuszczalnych poniższego zagadnienia PL, znajdź jego wszystkie rozwiązania optymalne:
   Zmaksymalizować $x_1 - 2x_2 + x_3 - x_5$
   przy ograniczeniach
$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} x_1 & - & 3x_2 & + & x_3 & & & + & 2x_5 & = & 8 \\ & & 4x_2 & & & + & 3x_4 & - & x_5 & = & 3 \end{array}$$
$$x_i \geq 0.$$

2. Rozwiąż następujące zadania PL:

   a) Zmaksymalizować $x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 - x_6 - 3x_7$
   przy ograniczeniach
$$\begin{array}{rcrcrcrcrcrcrcr} & & & & 3x_3 & & & + & x_5 & + & x_6 & & & = & 6 \\ & & x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & & & & & & & = & 10 \\ -x_1 & & & & & & & & & + & x_6 & & & = & 0 \\ & & & & x_3 & & & & & + & x_6 & + & x_7 & = & 6 \end{array}$$
$$x_i \geq 0.$$

   b) Zmaksymalizować $x_1 + x_2 - 2x_3$
   przy ograniczeniach
$$\begin{array}{rcrcrcr} -2x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & = & 10 \\ 7x_1 & + & 10x_2 & + & 4x_3 & = & 1 \end{array}$$
$$x_i \geq 0.$$

   c) Zminimalizować $x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4$
   przy ograniczeniach
$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 2x_1 & + & 3x_2 & & & + & 6x_4 & \geq & 8 \\ 3x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & - & 7x_4 & = & -4 \end{array}$$
$$x_i \geq 0.$$

   d) Zminimalizować $x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4$
   przy ograniczeniach
$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & x_2 & - & 3x_3 & - & x_4 & = & -3 \\ x_1 & & & & & + & 3x_4 & = & 12 \\ & & x_2 & + & x_3 & & & = & 1 \end{array}$$
$$x_i \geq 0.$$

3. Dane jest następujące zagadnienie PL:
   Zminimalizować $$2x_1 + px_2 + 4x_3 + qx_4,$$
   przy ograniczeniach
$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 2x_1 & + & 3x_2 & + & 4x_3 & + & x_4 & = & 16 \\ 3x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & + & 2x_4 & = & 18 \end{array}$$
$$x_i \geq 0.$$
   Ustal, dla jakich wartości parametrów p i q rozwiązanie dopuszczalne
$$x^0 = (4, 0, 2, 0)$$
   tego zagadnienia jest jego rozwiązaniem optymalnym.

4. Jednym z rozwiązań dopuszczalnych następującego zagadnienia PL:
   Zminimalizować $$x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 2x_5,$$
   przy ograniczeniach
$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} 2x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & & & \geq & 10 \\ & - & 2x_2 & + & 2x_3 & + & 5x_4 & + & 4x_5 & \geq & 8 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & & & + & 2x_4 & - & 2x_5 & \geq & 6 \end{array}$$
$$x_i \geq 0,$$
   jest $x^0 = (3, 0, 2, 0, 1)$.
   Sprawdź, czy jest to także rozwiązanie optymalne.

5. Podaj zagadnienie pierwotne dla następującego zagadnienia dualnego PL oraz rozwiązania optymalne obu zagadnień:
   Zmaksymalizować $$3y_1 + 9y_2 - 3y_3$$
   przy ograniczeniach
$$\begin{array}{rcrcrcr} 6y_1 & + & 2y_2 & & & \leq & 10 \\ -y_1 & + & 3y_2 & - & y_3 & \leq & 6 \\ & - & y_2 & - & 3y_3 & \geq & -4 \end{array}$$
$$y_i \geq 0.$$

Wprowadzenia do teorii podejmowania decyzji
Lista zadań nr 4

1. Rozwiąż następujące zadanie PI:

$$\text{Zminimalizować} \quad \frac{-x_1 + 2x_2 + 3}{2x_1 + x_2 + 4}$$

przy ograniczeniach

$$\begin{array}{rcrcr} x_1 & - & x_2 & \leq & 0 \\ 2x_1 & + & x_2 & \geq & 6 \\ x_1 & + & x_2 & \leq & 6 \\ x_1 & + & x_2 & \geq & 5. \end{array}$$

$$x_i \geq 0.$$

2. Stosując co najmniej dwie metody znajdź rozwiązanie dopuszczalne zagadnienia transportowego sformułowanego na wykładzie.

3. Znane są:
wielkości produkcji $a_1 = 460,\ a_2 = 340,\ a_3 = 300$ trzech zakładów przemysłowych,
zapotrzebowania czterech odbiorców $b_1 = 350,\ b_2 = 200,\ b_3 = 450,\ b_4 = 100,$
nakłady na wytwarzaną jednostkę produkcji w każdym zakładzie $d_1 = 9,\ d_2 = 8,\ d_3 = 2$
oraz koszty dostawy jednostki produkcji z każdego zakładu do każdego odbiorcy

3	4	5	1
5	1	2	3
4	5	8	1

.

Sformułuj zadanie PL mające na celu wyznaczenie optymalnego planu powiązania zakładów produkcyjnych z odbiorcami, przyjmując jako kryterium minimalizację łącznych nakładów na produkcję i transport.
Znajdź jego rozwiązanie optymalne.

4. Supermarket Rekin ma cztery sklepy w Polsce: w Białymstoku, Gdańsku, Krakowie i Wrocławiu. Dział zaopatrzenia szuka najtańszych dostaw żywego pstrąga do tych sklepów, przy czym miesięczne zapotrzebowanie kształtuje się następująco: Białystok – 4 tony, Gdańsk – 6 ton, Kraków – 5 ton i Wrocław – 10 ton. Wchodzi w grę trzech dostawców: D_1, D_2 oraz D_3, z których pierwszy może sprzedać do 8 ton ryby miesięcznie w cenie 5 zł/kg, drugi oferuje 10 ton miesięcznie w cenie 6 zł/kg, a trzeci 12 ton miesięcznie w cenie 7 zł/kg. Koszty transportu ryb od poszczególnych dostawców do sklepów (w zł za kg) są następujące:

	B	G	K	W
D_1	4	3	1	2
D_2	1	4	3	2
D_3	2	5	1	3

Należy tak zaplanować dostawy, aby miesięczny koszt zakupu i transportu ryb był minimalny.

Wprowadzenie do teorii podejmowania decyzji
Lista zadań nr 5

Dla opisanych poniżej gier określ zbiór strategii graczy, funkcję (macierz) wypłat oraz wartości gry każdego gracza. Zakładamy, że z wyjątkiem dwóch pierwszych są to gry dwuosobowe o sumie zero.

1. Każdy z czterech graczy: A, B, C i D wpłaca do puli kwotę 60 oraz obstawia orła lub reszkę. Następnie wykonuje się rzut monety i pula dzielona jest między graczy, którzy trafnie obstawili wynik rzutu monety.
   Gracz A zawsze obstawia orła. Gracze B i C zawsze obstawiają reszkę. Gracz D obstawia orła lub reszkę z jednakowym prawdopodobieństwem.
   Jakie są wypłaty netto dla każdego z graczy?

2. Dwóch podejrzanych jest jednocześnie przesłuchiwanych w oddzielnych pomieszczeniach. Każdy z nich może przyznać się do zarzucanego im czynu, albo zaprzeczyć stawianym zarzutom. Jeśli obaj przyznają się, to zostaną skazani na 5 miesięcy pozbawienia wolności; jeśli obaj zaprzeczą, to spędzą w areszcie po 2 miesiące. Jeśli jeden przyzna się, obciążając jednocześnie drugiego, to przyznający się zostanie potraktowany łagodniej (wyrok 1 miesiąca), drugi z podejrzanych surowiej (wyrok 10 miesięcy).

3. Ze stosu, na którym na początku znajdują się 4 żetony dwaj gracze ściągają na zmianę 1 albo 2 krążki. Rozpoczyna gracz I, a kończy ten, który ściągnie ostatni żeton. On też otrzymuje od drugiego gracza kwotę 10.

4. Dane są trzy identyczne zbiory: $L_I = L_{II} = L = \{1, 2, 3, 4\}$. Gracz I wybiera liczbę x ze zbioru L_I, a gracz II liczbę y ze zbioru L_{II}. Następnie ze zbioru L losuje się liczbę z. Po ujawnieniu liczb x, y, z wygrana dla gracza I liczona jest według wzoru
   $$W_z(x, y) = 2(|y - x| - |z - x|).$$

5. W grze *Partyzanci kontra policja* M partyzantów chce zdobyć dwa arsenały rządowe bronione przez N policjantów. Arsenał zostanie zdobyty, gdy liczba partyzantów biorących udział w ataku będzie większa od liczby broniących go policjantów. Każda ze stron może dowolnie rozdzielić wszystkie swoje siły. Ostatecznie potyczkę wygrywają partyzanci, jeśli zdobędą przynajmniej jeden arsenał (wypłata wynosi 1), a w przeciwnym razie zwycięzcami są policjanci.
   Rozważ dwa szczególne przypadki tej gry: $M = 2$, $N = 3$ oraz $M = 3$, $N = 2$.

6. Każdy z graczy może rzucić jedną lub dwie monety. Kwotę 80 wygra gracz I, jeśli obaj gracze wyrzucą tę samą liczbę orłów. Tyle samo wygra gracz II, jeśli liczby orłów wyrzuconych przez obu graczy będą różne.

7. Gracz I zapisuje na kartce jedną z 26 liter alfabetu. Nie pokazując tej kartki graczowi II, mówi, co napisał, ale może skłamać. Gracz II zgaduje, czy przeciwnik powiedział prawdę, stwierdzając: *prawda* lub *fałsz.* Jełli gracz I zostanie przyłapany na kłamstwie, to płaci garczowi II kwotę 100. Gdy gracz II odgadnie prawidłowo, że gracz I mówi prawde, to gracz I płaci 20. Jeóli gracz II pomyli się, to gracz I otrzymuje 60.

8. Spośród kart o numerach 1,2,3 wybierane są losowo dwie i wręczane obu graczom tak, by znali tylko swoją kartę. Gracze jednocześnie deklarują, jaką mają kartę: *wyższą* czy *niższą.* Jeśli obaj zadeklarują *niższą*, karty są porównywane i gracz z kartą o numerze wyższym otrzymuje 1 od przeciwnika. Jeśli obaj zadeklarują kartę *wyższą*, karty także się porównuje, ale gracz z kartą o wyższym numerze otrzymuje 2 od drugiego. Jeśli deklaracje są różne, ten, który zadeklarował kartę *niższą*, może pasować płacąc przeciwnikowi 1 lub zażądać porównania kart i wtedy rozstrzygnięcie gry jest takie, jak w przypadku, gdy obaj zadeklarują kartę *wyższą*.

Wprowadzenie do teorii podejmowania decyzji

Lista zadań nr 6

1. Pokaż, że w grze o podziale ziemi między dwóch rolników punktem siodłowym jest wektor $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$.

2. Sprawdź, czy gry opisane w zadaniach listy 5. mają punkty równowagi (punkty siodłowe). Wyznacz je.

3. Dana jest rodzina macierzy zależnych od rzeczywistego parametru s:

$$M(s) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & -5 & 3 \\ 7 & 1+s & -2 & 0 & 4 \\ 5 & 3 & 4+s & 5 & 4 \\ 1 & -3 & 0 & 6 & -6 \end{pmatrix}.$$

   Znajdź taki zbiór liczb rzeczywistych S, że macierz $M(s)$ ma punkt siodłowy wtedy i tylko wtedy, gdy $s \in S$.

4. Stosując każde z wprowadzonych na wykładzie kryteriów, znajdź decyzje optymalne dla opisanych poniżej sytuacji:
   a) Działając w warunkach niepełnej informacji, możemy podjąć trzy decyzje A_1, A_2, A_3 natrafiając na trzy możliwe stany otoczenia E_1, E_2, E_3. Efekty podjęcia poszczególnych decyzji w zależności od stanu otoczenia oraz prawdopodobieństwa tych stanów podaje tabelka:

	A_1	A_2	A_3	$P(E_i)$
E_1	75	150	25	0.5
E_2	80	50	45	0.3
E_3	25	60	160	0.2

   b) W grze przeciwko Naturze mamy do dyspozycji cztery strategie A, B, C, D. Natura odpowiada jednym z czterech stanów, a macierz wypłat jest postaci:

	E_1	E_2	E_3	E_4
A	3	3	1	2
B	2	1	2	1
C	0	4	0	0
D	2	4	1	1

5. Właściciel stoiska owocowo-warzywnego musi podjąć decyzję dotyczącą wielkości dziennej partii zakupu truskawek. Może on nabyć 100, 120, 150 lub 200 łubianek po 8 zł za łubiankę. W zależności od popytu może sprzedać dziennie 100, 130, 180 lub 200 łubianek i uzyskać 10 zł przychodu za łubiankę. Zakłada się, że towar nie sprzedany w danym dniu nie nadaje się do spożycia.
   Określ, który wariant jest optymalny w świetle kryterium:
   a) Laplace'a,
   b) Hurwicza,
   c) Savage'a.